

# Simulationsbasierte Vorhersage des Kornwachstums für laserstrahlgeschmolzene Bauteile aus Titanlegierungen

O. Illies<sup>1</sup>, S. Matthes<sup>2</sup>, V. Ploshikhin<sup>1</sup>, S. Jahn<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Airbusstiftungsprofessur für integrative Simulation und Engineering von Materialien und Prozessen (ISEMP) - Universität Bremen

<sup>2</sup> Günter-Köhler-Institut für Fügetechnik und Werkstoffprüfung GmbH (ifw Jena)

Der vorliegende Beitrag beschreibt die Vorhersage der Mikrostruktur auf Basis von Simulationen innerhalb laserstrahlgeschmolzener Bauteile des Werkstoffs TiAl6V4. Insbesondere geht es um die Weiterentwicklung und Kalibrierung von bestehenden Simulationsmodellen zum thermischen Prozess und der Kristallisation sowie der Verknüpfung dieser Modelle zu einem in sich geschlossenen Simulationsansatz. Gleichmaßen erfolgte zur Entwicklung des Simulationsmodells eine experimentelle Validierung der Ergebnisse. Im Fokus dieses Beitrags liegt hierbei die gezielte Beeinflussung des resultierenden Gefüges durch verschiedene Belichtungs- / Hatchingstrategie und deren simulative Abbildung.

## 1 Einleitung

Bei dem PBF-LB- Prozess ( engl. powder bed fusion – laser beam) weisen die resultierenden Mikrostrukturen teilweise starke Unterschiede im Vergleich zu konventionell gefertigten Bauteilen auf. Dies ist durch den schichtweisen Aufbau und die Belichtung des Lasers begründet, welche zu einem ausgeprägt anisotropen Gefüge führen [1], [2]. Trotz dessen führen die unterschiedlichen Gefüge zu verschiedenen Bauteileigenschaften, womit die Prozessparameter eindeutig die Bauteileigenschaften determinieren [3] und dabei einen großen Einfluss besitzen. Des Weiteren variieren bereits innerhalb eines Bauteils die Gefüge, da die thermische Historie während des Prozesses Schwankungen unterliegt [1], [2], [4]. Aufgrund dessen resultieren innerhalb eines Bauteils verschiedene mittlere Korndurchmesser, wodurch additiv gefertigte Ti-6Al-4V Bauteile inhomogene Bauteileigenschaften besitzen. Treten des Weiteren noch Querschnittsveränderungen auf, verändert sich auch der zu schmelzende Anteil pro Schicht, der beschriebene Effekt kann verstärkt, aber auch verringert werden. Das inhomogene Gefüge tritt sowohl trotz möglicher Bauplattenbeheizung als auch Wärmenachbehandlungen in der Nachbehandlung auf. Auch durch eine Adaption der Prozessführung lässt sich die Gefügeausbildung nur unzureichend kontrollieren, was kostspielige Nachuntersuchungen und gegebenenfalls wiederholte Aufbauprozesse notwendig macht. Ein gängiges Mittel ist die numerische Simulation, der große Vorteil einer kalibrierten Simulation ist, dass nahezu jede mögliche Parameterkombination untersucht und im Nachgang analysiert werden kann. Auf diese Weise können im Vorfeld zahlreiche Varianten ausprobiert werden und die gewünschten Ergebnisse dann experimentell umgesetzt werden.

## 2 Simulationsbasierte Vorhersage des Kornwachstums

Das Vorgehen zur Kalibrierung und Validierung der simulationsbasierten Mikrostrukturvorhersage ist schematisch in Abbildung 1 dargestellt. Da die Ausbildung der Kornstruktur maßgeblich vom Temperaturfeld beeinflusst wird, wurde zunächst eine thermische Prozesssimulation an Experimenten kalibriert. Die Thermische Prozesssimulation wird mit der Kristallisationssimulation, die auf einem Zellulären Automaten basiert, gekoppelt. Zur Validierung der vorhergesagten Mikrostruktur wurden Bauteile mit denselben Prozessparametern aufgebaut und mit den Simulationsergebnissen verglichen.

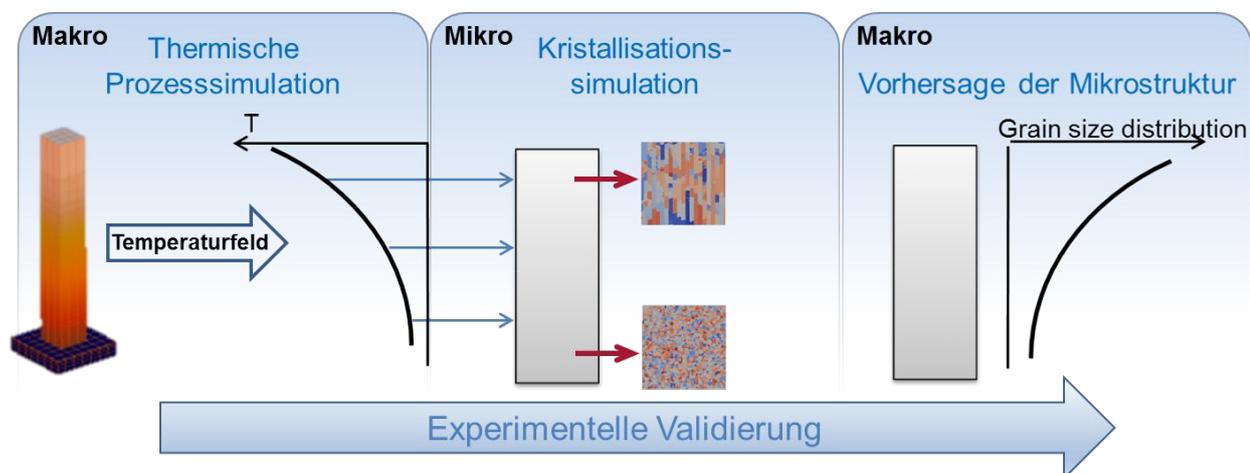


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Simulationskette.

## Simulationskette zur Vorhersage des Korn-Wachstums

Die zugrundeliegende Simulationskette zur Vorhersage des Kornwachstums setzt sich aus den folgenden Schritten zusammen: Erstellung der Kornstruktur der Basisplatte und Pulverumgebung, Simulation und Kalibrierung des Schmelzbades, Kopplung der Schmelzbadsimulation mit der Kristallisationssimulation. Diese Schritte werden in den nächsten Abschnitten näher erläutert.

Zunächst muss eine Basisplatte generiert werden, auf der die Kristallisationssimulation durchgeführt werden kann. Das Ziel ist es hierbei eine zufällige Kornstruktur ohne Vorzugsrichtung zu erstellen, um nicht die Ausbildung der zu simulierenden Mikrostruktur zu beeinflussen. Neben der Kornstruktur werden auch die Körner des Pulverbetts erzeugt. Für die Erzeugung wird die Größe des Gebiets bzw. Bauteils festgelegt und es werden die entsprechenden Bereiche des Pulvers und der Basisplatte zugewiesen. Für die beiden Bereiche kann jeweils eine Zielkorngröße festgelegt werden. Da durch die einfache zufällige Verteilung von Eulerwinkeln keine Textur ohne Vorzugsrichtung erstellt werden kann, wurde ein neuer Ansatz zur Erreichung von komplett unstrukturierten Texturen entwickelt [5], [6]. Die erstellte Basisstruktur wird als Eingangsparameter für die Kristallisationssimulation verwendet.

Üblicherweise wird für die Simulation des Kornwachstums eine Kopplung aus Simulation des Temperaturfeldes und des Kornwachstums verwendet. Dieser Ansatz nimmt alleine aufgrund der thermischen Simulation der nötigen Schweißbahnen beim PBF-LB-Prozess extrem viel Rechenzeit in Anspruch. Aus diesem Grund wurde ein Ansatz implementiert und weiterentwickelt, bei dem ein quasistationäres Temperaturfeld durch das aufzubauende Bauteil bewegt wird. Diese Näherung ist gültig unter der Voraussetzung, dass sich das Temperaturfeld der näheren Schmelzbadumgebung über den Prozess nicht verändert und sich das Bauteil nicht aufheizt. Dieser Ansatz hat den großen Vorteil, dass das quasistationäre Temperaturfeld nur ein einziges Mal im Vorfeld kalibriert werden muss und für den weiteren Verlauf der Kristallisation keine thermische Simulation mehr notwendig. Mit Hilfe dieses Ansatzes konnte die Berechnungszeit für eine Schicht mit  $1 \times 10^6$  Zellen von 90 Minuten auf ca. 5 Minuten reduziert werden. Da die übliche Schichthöhe bei der additiven Fertigung 20-100  $\mu\text{m}$  beträgt, war dieser Schritt Meilenstein, um die Kornstrukturvorhersage für makroskopische Bauteile überhaupt zu ermöglichen.

### Thermische Prozesssimulation

Für die Simulation des quasistationären Temperaturfeldes wurde die Wärmeleitungsgleichung mithilfe der Finite Differenzen Methode gelöst. Dabei wurden temperaturabhängige Materialeigenschaften berücksichtigt und die an der Oberfläche vorliegende Konvektion und Strahlung einbezogen. Der Energieeintrag durch den Laser wurde über eine Goldakwärmequelle [7] realisiert. Bei dieser Wärmequelle handelt es sich um eine doppelt ellipsoide Volumenwärmequelle, bei der die Wärmeverteilung durch die Anpassung der Halbachsen vorgegeben werden kann. Für die Kalibrierung dieser Simulation wurden Experimente mit Einzelspuren durchgeführt und die Querschliffe ausgewertet. In Abbildung 2 ist der Vergleich des kalibrierten Schmelzbads mit dem experimentellen Querschliff dargestellt. Wie in zu erkennen, konnte eine gute Übereinstimmung erreicht werden.

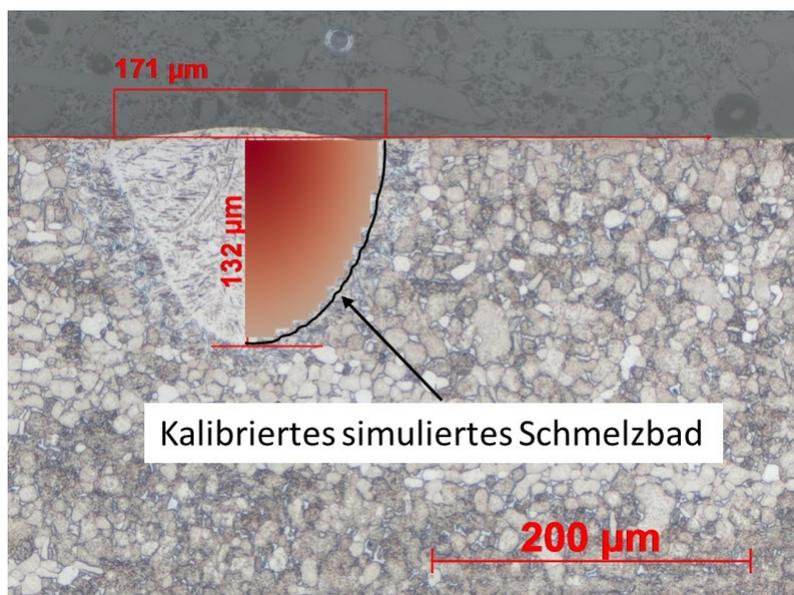


Abbildung 2: Gegenüberstellung des experimentellen Querschliffs einer Einzelspur mit der Kalibrierten Simulation.

### Kristallisations- und Korngrößensimulation

Nachdem das quasistationäre Temperaturfeld kalibriert wurde, kann es als Eingangsparameter für die Kristallisationssimulation auf Basis eines Zellulären Automaten verwendet werden. Das Modell für die Kristallisationssimulation kann beliebige Hatching-Strategien einlesen und das quasistationäre Temperaturfeld wird entlang der Belichtungsvektoren bewegt. Das Ergebnis der Kristallisationssimulation ist die primäre  $\beta$ -Phase. Die für den zellulären Automaten definierten Regeln, welche die Grundlage für das Kornwachstum bilden, sind in Tabelle 1 aufgeführt, dieser Regeln wurden auch in [8]–[10] verwendet. Das vorsimulierte Temperaturfeld wird in jedem Zeitschritt ausgewertet und daraus das Kornwachstum berechnet. Die Wachstumsgeschwindigkeit wird aus der Unterkühlung der Schmelze nach  $v_g = 2.03 \times 10^{-4} \text{ m}/(\text{sK}^2) \Delta T^2 - 0.544 \times 10^{-4} \Delta T \text{ m}/(\text{sK})$  [11] berechnet. Die Ausgabe der Simulation enthält die Indizes der entstandenen Körner und die Fehlorientierung zur Aufbaurichtung (Z-Richtung). Die Fehlorientierung wird bezogen auf eine vorgegebene Richtung berechnet und gibt das Minimum der Abweichung der kristallografischen Achse eines Kornes zu dieser an.

**Tabelle 1: Übergangsregeln für die k-te Zelle**

Übergangsregeln für	Status der Zelle	Übergangsregel	Status der Zelle nach Übergang
Schmelzen	$Sl_k > 0$	$T_k > T_L$	$Sl_k = 0$
Keimbildung	$Sl_k = 0$	Ein Korn hat sich in der k-ten Zelle gebildet	$Sl_k = 1$
Besetzen	$Sl_k = 0$	Ein Korn wurde vom benachbarten Wachstumszentrum besetzt	$Sl_k = 1$
Ende des Wachstum von $GC_k$	$Sl_k = 1$	Das Wachstumszentrum hat alle benachbarten Zellen besetzt	$Sl_k = 2$
Wachstum	$Sl_k = 2$	Die k-te Zelle hat geschmolzene Nachbarn	$Sl_k = 1$

### PBF-LB- Prozess

Unter der Anwendung der Belichtungsparameter, die in Tabelle 2 dargestellt sind, wurden Probekörper von 5 mm x 5 mm x 10 mm direkt auf einer Basisplatte aufgebaut. Um den Einfluss der Hatchingstrategien auf die resultierenden Korngrößen zu untersuchen, wurden vier verschiedene Hatchingstrategien verwendet bzw. miteinander innerhalb eines Bauteils kombiniert (vgl. Abbildung 3). Die Linear-Strategie belichtet jede Schicht durch einzelne nebeneinanderliegende Scanvektoren ab, das Muster ist in jeder Schicht gleich. In der gleichen Weise, wird die Brick-Strategie genutzt, wobei die Scanvektoren jede Schicht um den halben Spurabstand versetzt werden. Die Standard-Strategie entspricht einer konventionellen Streifenstrategie, die Streifenbreite wurde auf 5 mm festgelegt und in jeder Schicht um 69° rotiert. Die letzte Variante ist die Kontur-Strategie, bei der die Schichten entsprechend der Schichtkontur gefüllt werden, die Belichtung wird größer werdend von innen nach außen durchgeführt.

**Tabelle 2: verwendete Belichtungsparameter**

Belichtungsparameter	
Leistung	260 W
Scangeschwindigkeit	900 mm/s
Spurabstand	0,11 mm
Fokusslage	0 mm
Schichtdicke	50µm

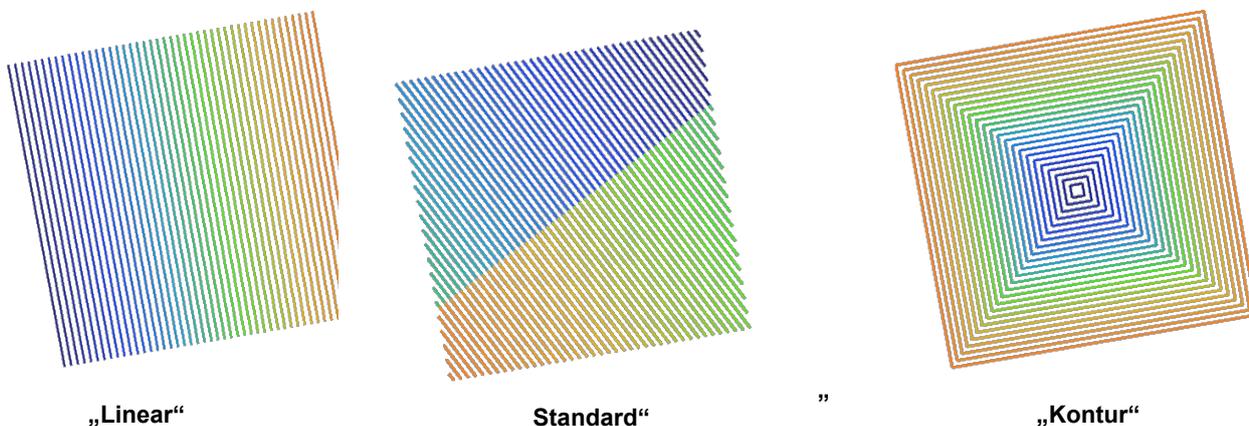


Abbildung 3: Belichtungsstrategien: Kontur (links), Linear / Brick (mitte), Standard (rechts)

Für die Analyse der Mikrostruktur wurden Querschliffe der erzeugten Proben poliert und mit einer Ätzung nach Kroll (92% H<sub>2</sub>O, 6% HNO<sub>3</sub>, 2% HF) kontrastiert. Der genutzte Werkstoff TiAl6V4 ist eine  $\alpha+\beta$  – Legierung, bei der beide Phasen gleichzeitig vorliegen. Die optische Lichtmikroskopie wurde mit einem Axiomager.M2m (Fa. Carl Zeiss) und die Bestimmung der  $\beta$ -Korngröße mit der Analyse-Software AxioVision durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4 und Abbildung 5 für die jeweiligen Strategien im Vergleich mit den Simulationsergebnissen dargestellt

### 3 Ergebnisse

Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, wurden die Proben für den Abgleich mit der Simulation auch experimentell gefertigt. Die Simulation wurden für die zuvor beschriebenen Belichtungsstrategien für Probekörper mit einer Größe von 2 mm x 2 mm x 10 mm durchgeführt. In der Simulation wurde eine geringere Probengröße gewählt, um Rechenzeit einzusparen. Trotz der extremen Beschleunigung der Simulation durch den Ansatz des quasistationären Schmelzbads nehmen die Simulationen immer noch sehr viel Zeit in Anspruch, da die numerischen Modelle aufgrund der feinen örtlichen Diskretisierung mit einer Voxelgröße von 5  $\mu\text{m}$  extrem groß werden. Somit ergeben sich bei einer Modellgröße von 2 mm x 2 mm x 10 mm insgesamt 396.741.240 Voxel und die Berechnung benötigt ca. 40 Stunden. Bei einer Modellgröße von 5 mm x 5 mm x 10 mm ergeben sich insgesamt 2.932.706.040 Voxel und die Berechnung dauert ca. 50 Tage. Aus diesem Grund wurde für die Standardproben eine reduzierte Modellgröße verwendet und nur für die Kombination der verschiedenen Belichtungsstrategien innerhalb einer Probe die volle Probengröße simuliert.

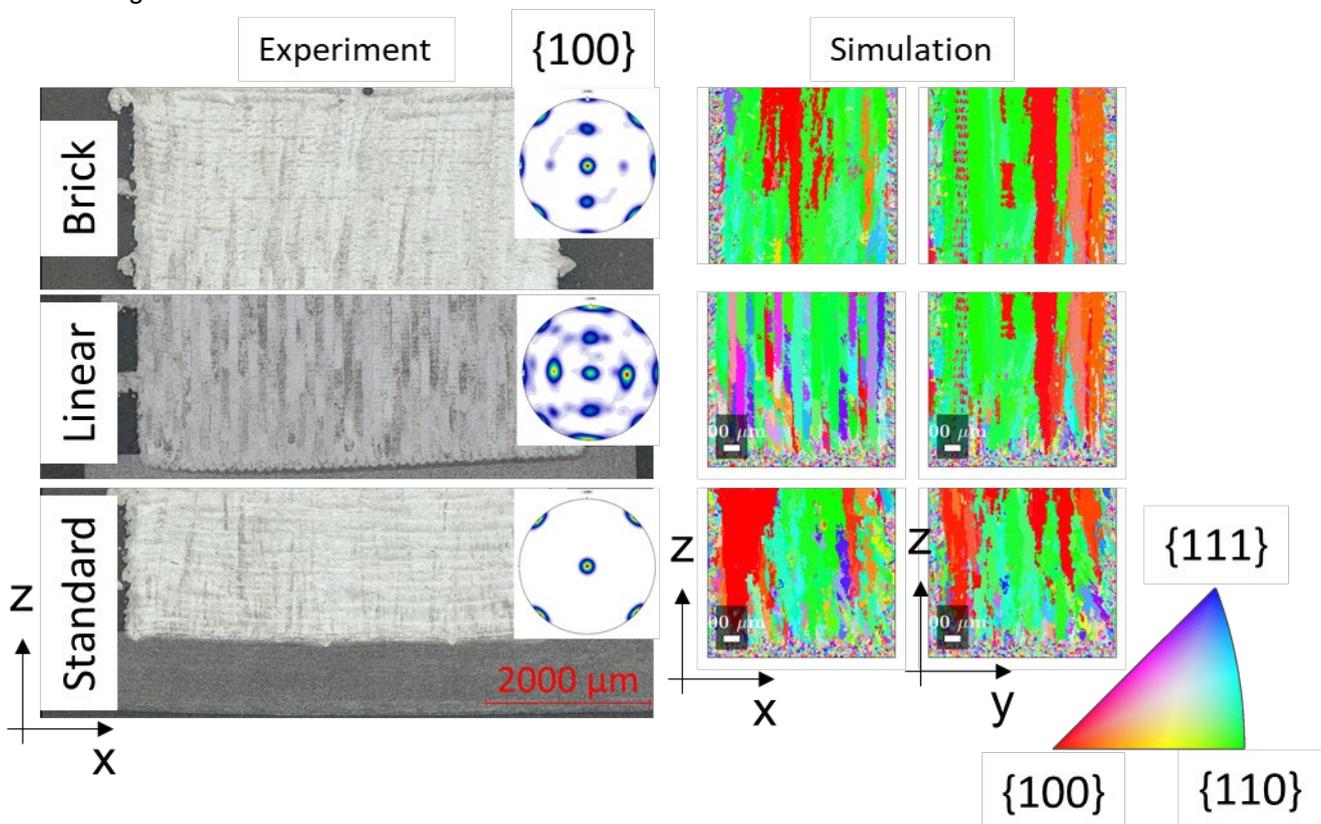


Abbildung 4: Gegenüberstellung der experimentelle Ergebnisse mit den Simulationsergebnissen für einfach Belichtungsmustern. Die Polfiguren stammen jeweils aus der obersten Schicht der XY-Ebene der Simulation. Die Simulationen zeigen die Fehlorientierung.

#### „Standard“ – Strategie

Für die Simulation der Standard-Strategie wurde die Belichtungsstrategie entsprechend der des Experiments, nur mit reduziertem Querschnitt erstellt und die Simulation durchgeführt. Die Gegenüberstellung des experimentellen Querschliffes mit den Simulationsergebnissen ist in Abbildung 4 dargestellt. Der experimentelle Querschliff zeigt die XZ-Ebene während sowohl die XZ- als auch die YZ-Ebene der Simulation dargestellt sind. Es lässt sich qualitativ eine gute Übereinstimmung der Korngrößen und –ausrichtungen erkennen. Die Polfigur zeigt die Fehlorientierung der obersten Schicht, ausgewertet in der XZ-Ebene der Simulation. Es lässt sich erkennen, dass sich die Ausrichtung der Körner stark in Aufbaurichtung bewegt hat. In den Querschnitten der Simulation deutet sich das durch das vermehrte Auftreten von Körnern mit der  $\{001\}$ -Ausrichtung (rot), die dieser Orientierung entspricht, an.

## „Linear“ / „Brick“ – Strategie

Für die simulationsbasierte Betrachtung der beiden linearen Varianten der Belichtungsstrategien wurde ebenfalls wie bei der Standard-Strategie vorgegangen und die Belichtungsmuster wurden für einen reduzierten Bauteilquerschnitt entsprechend der Experimente erstellt. Die Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse mit den experimentellen Querschliffen sind in Abbildung 4 dargestellt.

Beim Betrachten der Querschliffe der linearen Belichtungsstrategie fällt auf, dass sich in der XZ-Ebene schmale Körner ausbilden, die senkrecht nach oben wachsen. Auch hier gibt es eine gute qualitative Übereinstimmung der Simulation mit dem Experiment. Die Fehlorientierung in der Simulation zeigt, dass die Vorzugsrichtung in Aufbaurichtung und ca. 45° dazu geneigt am häufigsten auftritt. Dies spiegelt sich auch in der Polfigur der XY-Ebene der letzten Schicht wider (ausgewertet in der Simulation). Die Maxima treten in Aufbaurichtung und jeweils 45° dazu geneigt auf. Die beiden anderen Ausrichtungen sind 45° zur Scanrichtung und senkrecht zur Scanrichtung geneigt. Bei der Brick-Strategie lässt sich erkennen, dass sich ebenfalls schmale Körner ausbilden, die leicht nach rechts gekippt sind und in Aufbaurichtung größer werden. Dies hängt damit zusammen, dass die Scanvektoren ebenfalls von links nach rechts von dem Laser abgefahren wurden. Auch hier zeichnet sich eine qualitativ gute Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse mit der Simulation ab. Betrachtet man die Fehlorientierungen der Körner in der Simulation, fällt auf, dass sich vor allem Körner mit {110}-Orientierung (grün) und {001}-Orientierung (rot) durchsetzen. Diese Orientierungen entsprechen der Aufbaurichtung ({001}) und 45° geneigt zur Scanrichtung ({110}) der einzelnen Belichtungsvektoren. Im Vergleich zur linearen Strategie fällt in der Polfigur der XY-Ebene in der letzten Schicht auf, dass die Vorzugsrichtung 45° senkrecht zur Richtung der Scan-Vektoren nur sehr schwach ausgeprägt ist.

## „Kontur“ - Strategie

Die Simulation der Kontur-Strategie wurde nicht für die gesamte Höhe, sondern nur in Kombination mit anderen Belichtungsstrategien innerhalb eines Bauteils durchgeführt. Das Ergebnis ist im unteren Bereich von Abbildung 5 dargestellt. Es gibt eine gute qualitative Übereinstimmung der experimentellen mit den Simulationsergebnissen. Zunächst wirkt es, als würde durch diese Belichtungsstrategie eine komplett andere Mikrostruktur entstehen, als bei den anderen Belichtungsmustern. Bei genauerer Betrachtung fällt auf, dass bei dieser Strategie eine Kombination der XZ-Ebene und der YZ-Ebene der linearen Strategie vorliegt und dies lässt sich auch in der Mikrostruktur erkennen. In den beiden äußeren Bereichen des Querschliffes entspricht das Belichtungsmuster der XZ-Ebene der linearen-Strategie, während der mittlere Bereich der YZ-Ebene dieser Strategie entspricht. In der Polfigur den obersten Schichten mit der Kontur-Strategie der XY-Ebene der Simulation setzen sich wieder die bekannten Vorzugsrichtungen in Aufbaurichtung und alle Ausrichtungen, die 45° hierzu geneigt sind, durch.

## Einfluss kombinierter Hatching-Strategien

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss der Variation der Belichtungsmuster über die Bauteilhöhe untersucht. Dafür wurde ein Belichtungsmuster jeweils für 40 aufeinander folgende Schichten (1 mm Bauhöhe) verwendet und dann auf das nächste gewechselt. Zur späteren Identifikation der Übergänge zwischen den Belichtungsmustern wurden Markierungen am Rand der Probe eingefügt. Es wurden dieselben Scanstrategien im Experiment und in der Simulation verwendet. Das Ergebnis ist in Abbildung 5 dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass die Querschliffe von Experiment und Simulation eine gute qualitative Übereinstimmung zeigen. Insgesamt zeigt sich für jedes der verwendeten Belichtungsmuster das gleiche charakteristische Muster in der Kornstruktur in der XZ-Ebene, wie es sich auch bei der vorher beschriebenen isolierten Betrachtung der Belichtungsmuster gezeigt hat. Daraus lässt sich folgern, dass die grundsätzliche Ausbildung der einzelnen Körner nicht nur von den vorherigen Belichtungsmustern abhängt, sondern sich relativ schnell eine für das jeweilige Belichtungsmuster charakteristische Korngrößenverteilung ausbildet. Beim Betrachten der Polfiguren, die jeweils in der obersten Schicht der Belichtungsmuster in der XY-Ebene der Simulation erstellt wurden, fällt auf, dass sich die zuvor genannten Vorzugsrichtungen in Aufbaurichtung und 45° dazu geneigt unabhängig von der Bauteilhöhe immer stärker ausbilden.

## Zusammenfassung & Diskussion

Im Rahmen dieses Projekts wurde ein schnelles numerisches Simulationsmodell für die Vorhersage des Kornwachstums von Titanlegierungen verwendet und weiterentwickelt. Die Simulationsergebnisse wurden experimentell kalibriert und validiert.

Mithilfe des Simulationsmodells wurde der Einfluss von verschiedenen Scanstrategien auf das Kornwachstum untersucht. Es wurde erläutert, dass sich für die untersuchten Belichtungsstrategien charakteristische Mikrostrukturen in den Querschliffen ausbilden. Auch bei der Variation der Belichtungsmuster über die Höhe des Bauteils stellen sich die zuvor beobachteten charakteristischen Kornstrukturen schnell wieder ein.

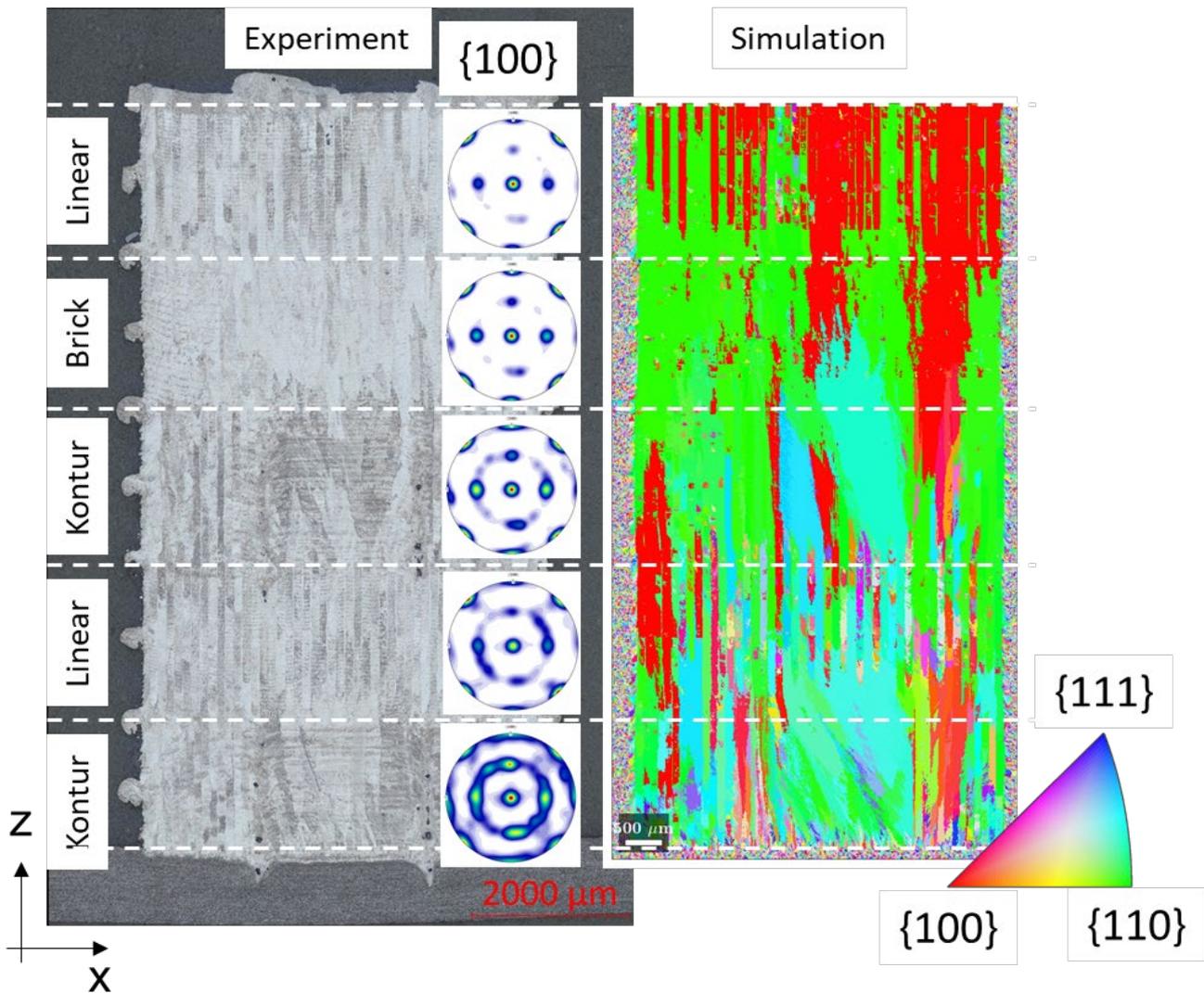


Abbildung 5: Gegenüberstellung der experimentelle Ergebnisse mit den Simulationsergebnissen bei Variation des Belichtungsmustern innerhalb einer Probe. Die Polfiguren stammen jeweils aus der letzten Schicht des verwendeten Belichtungsmusters der XY-Ebene der Simulation. Die Simulationen zeigen die Fehlorientierung.

Beim Vergleich der Ausrichtung der Körner in der XY-Ebene senkrecht zur Aufbaurichtung fiel auf, dass sich vor allem drei Vorzugsrichtungen ausgebildet haben: Die Ausrichtung in Aufbaurichtung, die Ausrichtung 45° geneigt zur Aufbaurichtung in Scanrichtung und die Ausrichtung 45° geneigt zur Aufbaurichtung senkrecht zur Scanrichtung.

Bei Verwendung der linearen Strategie ohne Überlapp der Scanvektoren über die Schichten zeichnen sich alle drei Vorzugsrichtungen gleich stark aus. Wird die lineare Strategie in jeder Schicht um einen halben Hatch verschoben, so dass es wie bei der Brick-Strategie einen Überlapp zwischen den Schmelzbädern kommt, verschiebt sich das Maximum der Vorzugsrichtung senkrecht in Aufbaurichtung, so dass nur noch zwei Vorzugsrichtung auftreten: Aufbaurichtung und 45° senkrecht zur Scanrichtung. Bei Verwendung der Standard-Strategie, bei der es im Prinzip in jeder Schicht einen Überlapp gibt, zeichnet sich nur noch die Vorzugsrichtung in Aufbaurichtung aus. So dass man davon ausgehen kann, dass je stärker der Überlapp der Schmelzbäder in den einzelnen Schichten ist, desto stärker richten sich die Körner in Aufbaurichtung aus.

Es konnte gezeigt werden, dass sich in Abhängigkeit von der verwendeten Scanstrategie eine charakteristische Kornstruktur im Bauteil einstellt. Wie in der Einleitung erwähnt, beeinflusst die Mikrostruktur auch die Materialeigenschaften. In weiteren Untersuchungen sollte es also das Ziel sein, einen Zusammenhang zwischen den erzeugten

Kornstrukturen und den resultierenden Materialeigenschaften herzustellen. Wenn dieser Zusammenhang bekannt ist, kann im nächsten Schritt versucht werden die Mikrostruktur durch die Belichtungsmuster und andere Prozessparameter gezielt zu beeinflussen und so die Materialeigenschaften innerhalb eines Bauteils gezielt an die Bedürfnisse anzupassen.

## Danksagung

Das IGF-Vorhaben Nummer 19.538 BG/DVS-Nummer 13.020 der Forschungsvereinigung Schweißen und verwandte Verfahren e. V. des DVS, Aachener Str. 172, 40223 Düsseldorf, wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.

Gefördert durch:



Bundesministerium  
für Wirtschaft  
und Energie

aufgrund eines Beschlusses  
des Deutschen Bundestages

## Schrifttum

- [1] W. Xu u. a., „Additive manufacturing of strong and ductile Ti–6Al–4V by selective laser melting via in situ martensite decomposition“, *Acta Materialia*, Bd. 85, S. 74–84, Feb. 2015, doi: 10.1016/j.actamat.2014.11.028.
- [2] M. Simonelli, Y. Y. Tse, und C. Tuck, „Microstructure of Ti-6Al-4V produced by selective laser melting“, *J. Phys.: Conf. Ser.*, Bd. 371, S. 012084, Juli 2012, doi: 10.1088/1742-6596/371/1/012084.
- [3] G. Escobar-Palafox, R. Gault, und K. Ridgway, „Preliminary Empirical Models for Predicting Shrinkage, Part Geometry and Metallurgical Aspects of Ti-6Al-4V Shaped Metal Deposition Builds“, *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, Bd. 26, S. 012002, Dez. 2011, doi: 10.1088/1757-899X/26/1/012002.
- [4] Simon Jahn, „Analyse der Einflussfaktoren auf das mechanisch-technologische Eigenschaftsprofil von laser-generierten Titanbauteilen - AlTi“, Jena, IGF Schlussbericht, 2014.
- [5] G. Marsaglia, „Choosing a Point from the Surface of a Sphere“, *Ann. Math. Statist.*, Bd. 43, Nr. 2, S. 645–646, Apr. 1972, doi: 10.1214/aoms/1177692644.
- [6] O. Zinovieva, A. Zinoviev, und V. Ploshikhin, „Three-dimensional modeling of the microstructure evolution during metal additive manufacturing“, *Computational Materials Science*, Bd. 141, S. 207–220, Jan. 2018, doi: 10.1016/j.commatsci.2017.09.018.
- [7] J. Goldak, A. Chakravarti, und M. Bibby, „A new finite element model for welding heat sources“, *MTB*, Bd. 15, Nr. 2, S. 299–305, Juni 1984, doi: 10.1007/BF02667333.
- [8] M. Rappaz und Ch.-A. Gandin, „Probabilistic modelling of microstructure formation in solidification processes“, *Acta Metallurgica et Materialia*, Bd. 41, Nr. 2, S. 345–360, Feb. 1993, doi: 10.1016/0956-7151(93)90065-Z.
- [9] W. Kurz, B. Giovanola, und R. Trivedi, „Theory of microstructural development during rapid solidification“, *Acta Metallurgica*, Bd. 34, Nr. 5, S. 823–830, Mai 1986, doi: 10.1016/0001-6160(86)90056-8.
- [10] W. S. Ping, L. D. Rong, G. J. Jie, L. C. Yun, S. Y. Qing, und F. H. Zhi, „Numerical simulation of microstructure evolution of Ti-6Al-4V alloy in vertical centrifugal casting“, *Materials Science and Engineering: A*, Bd. 426, Nr. 1, S. 240–249, Juni 2006, doi: 10.1016/j.msea.2006.04.014.
- [11] A. R. A. Dezfoli, W.-S. Hwang, W.-C. Huang, und T.-W. Tsai, „Determination and controlling of grain structure of metals after laser incidence: Theoretical approach“, *Scientific Reports*, Bd. 7, Nr. 1, Art. Nr. 1, Jan. 2017, doi: 10.1038/srep41527.